Tópicos en la historia del riesgo

Ana Meda

ana.meda@ciencias.unam.mx

Facultad de Ciencias, UNAM

abril 2015

1. Una historia.
    - La probabilidad e incertidumbre
    - La persona
    - 2013 año mundial de la estadística
    - Reconocimiento actual
2. Matemática de Bernoulli
    - Leyes de los grandes números
3. Los problemas inversos
4. 300 años de Probabilidad
    - Desviaciones
5. Continuando la tarea: el riesgo.

- Pascal y Fermat, correspondencia 1654, y nace Jacobo Bernoulli.
  El problema de los puntos y la ruina del jugador.
  De Mére les pone el problema: Jugador. ¿Puritanismo?
- Cardano, 1664: a favorables, b desfavorables, propoción $\frac{a}{a+b}$.
  Liber de ludo alae
  Según Wikipedia, *era un jugador.*
- Huygens aprende de Pascal y Fermat. Y escribe un tratado en combinatoria.
- Jakob Bernoulli, 1654–1708
  1713, Ars Conjectandi
- Leibnitz y los hermanos Bernoulli, Johann Bernoulli.
- Laplace y las primeras aplicaciones.
- Bayes.
- Pero mucho antes: la palabra azar.

- Pascal y Fermat, correspondencia 1654, y nace Jacobo Bernoulli.
  El problema de los puntos y la ruina del jugador.
  De Mére les pone el problema: Jugador. ¿Puritanismo?
- Cardano, 1664: a favorables, b desfavorables, propoción $\frac{a}{a+b}$.
  Liber de ludo alae
  Según Wikipedia, *era un jugador.*
- Huygens aprende de Pascal y Fermat. Y escribe un tratado en combinatoria.
- Jakob Bernoulli, 1654–1708
  1713, Ars Conjectandi
- Leibnitz y los hermanos Bernoulli, Johann Bernoulli.
- Laplace y las primeras aplicaciones.
- Bayes.
- Pero mucho antes: la palabra azar.

- Pascal y Fermat, correspondencia 1654, y nace Jacobo Bernoulli.
  El problema de los puntos y la ruina del jugador.
  De Mére les pone el problema: Jugador. ¿Puritanismo?
- Cardano, 1664: a favorables, b desfavorables, propoción $\frac{a}{a+b}$.
  Liber de ludo alae
  Según Wikipedia, *era un jugador.*
- Huygens aprende de Pascal y Fermat. Y escribe un tratado en combinatoria.
- Jakob Bernoulli, 1654–1708
  1713, Ars Conjectandi
- Leibnitz y los hermanos Bernoulli, Johann Bernoulli.
- Laplace y las primeras aplicaciones.
- Bayes.
- Pero mucho antes: la palabra azar.

- Pascal y Fermat, correspondencia 1654, y nace Jacobo Bernoulli.
  El problema de los puntos y la ruina del jugador.
  De Mére les pone el problema: Jugador. ¿Puritanismo?
- Cardano, 1664: a favorables, b desfavorables, propoción $\frac{a}{a+b}$.
  Liber de ludo alae
  Según Wikipedia, *era un jugador.*
- Huygens aprende de Pascal y Fermat. Y escribe un tratado en combinatoria.
- Jakob Bernoulli, 1654–1708
  1713, Ars Conjectandi
- Leibnitz y los hermanos Bernoulli, Johann Bernoulli.
- Laplace y las primeras aplicaciones.
- Bayes.
- Pero mucho antes: la palabra azar.

- Pascal y Fermat, correspondencia 1654, y nace Jacobo Bernoulli.
  El problema de los puntos y la ruina del jugador.
  De Mére les pone el problema: Jugador. ¿Puritanismo?
- Cardano, 1664: a favorables, b desfavorables, propoción $\frac{a}{a+b}$.
  Liber de ludo alae
  Según Wikipedia, *era un jugador.*
- Huygens aprende de Pascal y Fermat. Y escribe un tratado en combinatoria.
- Jakob Bernoulli, 1654–1708
  1713, Ars Conjectandi
- Leibnitz y los hermanos Bernoulli, Johann Bernoulli.
- Laplace y las primeras aplicaciones.
- Bayes.
- Pero mucho antes: la palabra azar.

- Pascal y Fermat, correspondencia 1654, y nace Jacobo Bernoulli.
  El problema de los puntos y la ruina del jugador.
  De Mére les pone el problema: Jugador. ¿Puritanismo?
- Cardano, 1664: a favorables, b desfavorables, propoción $\frac{a}{a+b}$.
  Liber de ludo alae
  Según Wikipedia, *era un jugador.*
- Huygens aprende de Pascal y Fermat. Y escribe un tratado en combinatoria.
- Jakob Bernoulli, 1654–1708
  1713, Ars Conjectandi
- Leibnitz y los hermanos Bernoulli, Johann Bernoulli.
- Laplace y las primeras aplicaciones.
- Bayes.
- Pero mucho antes: la palabra azar.

- Pascal y Fermat, correspondencia 1654, y nace Jacobo Bernoulli.
  El problema de los puntos y la ruina del jugador.
  De Mére les pone el problema: Jugador. ¿Puritanismo?
- Cardano, 1664: a favorables, b desfavorables, propoción $\frac{a}{a+b}$.
  Liber de ludo alae
  Según Wikipedia, *era un jugador.*
- Huygens aprende de Pascal y Fermat. Y escribe un tratado en combinatoria.
- Jakob Bernoulli, 1654–1708
  1713, Ars Conjectandi
- Leibnitz y los hermanos Bernoulli, Johann Bernoulli.
- Laplace y las primeras aplicaciones.
- Bayes.
- Pero mucho antes: la palabra azar.

- Pascal y Fermat, correspondencia 1654, y nace Jacobo Bernoulli.
  El problema de los puntos y la ruina del jugador.
  De Mére les pone el problema: Jugador. ¿Puritanismo?
- Cardano, 1664: a favorables, b desfavorables, propoción $\frac{a}{a+b}$.
  Liber de ludo alae
  Según Wikipedia, *era un jugador.*
- Huygens aprende de Pascal y Fermat. Y escribe un tratado en combinatoria.
- Jakob Bernoulli, 1654–1708
  1713, Ars Conjectandi
- Leibnitz y los hermanos Bernoulli, Johann Bernoulli.
- Laplace y las primeras aplicaciones.
- Bayes.
- Pero mucho antes: la palabra azar.

2013: El año de la estadística

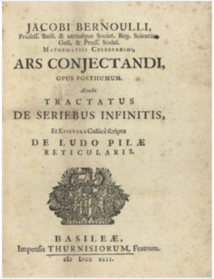
CHRISTIE'S

BERNOULLI, JAKOB I (1654-1705). ARS CONJECTANDI, OPUS POSTHUMUM. ACCEDIT TRACTATUS DE SERIEBUS INFINITIS, ET EPISTOLA GALLICÈ SCRIPTA DE LUDO PILAE RETICULARIS, EDITED BY NICOLAUS I BERNOULLI (1687-1759). BASEL: THURNEISEN BROTHERS, 1713.

Lot 258 / Sale 7854

Price Realized
£6,250
($9,194)
Sales totals are hammer price plus buyer's premium and do not reflect costs, financing fees or application of buyer's or seller's credits.

Estimate
£6,000 - £8,000
($8,664 - $11,552)



Sale Information
Sale 7854
Valuable Manuscripts and Printed Books
2 June 2010
London, King Street

Lot Description
BERNOULLI, Jakob I (1654-1705). *Ars conjectandi, opus posthumum. Accedit tractatus de seriebus infinitis, et epistola Gallicè scripta de ludo pilae reticularis*, edited by Nicolaus I Bernoulli (1687-1759). Basel: Thurneisen Brothers, 1713.

RESURGO EADEM MUTATA

Bernoulli Society

for Mathematical Statistics and Probability

Uno de los resultados más bellos

Ley de los grandes números

- $X_1, X_2, \ldots$
- $\mathbb{E}[X] = \mu$
- entonces

$$\lim_{n \to \infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$

Uno de los resultados más bellos

Ley de los grandes números

- $X_1, X_2, \ldots$
- $\mathbb{E}[X] = \mu$
- entonces

$$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$

Uno de los resultados más bellos

Ley de los grandes números

- $X_1, X_2, \ldots$
- $\mathbb{E}[X] = \mu$
- entonces

$$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$

La belleza

- Para Bernoulli, este límite se da en Probabilidades, esto es, registramos éxito o fracaso, (1,0), águila o sol, contamos los éxitos y vemos qué proporción fue éxito.
- El límite es la Probabilidad de éxito, *i.e.* la proporción de bolas en la urna.
- Sustenta la estadística.
- Grandes números es decir que n tiende a infinito.
- Es riguroso.
- Modela.

La belleza

- Para Bernoulli, este límite se da en Probabilidades, esto es, registramos éxito o fracaso, (1,0), águila o sol, contamos los éxitos y vemos qué proporción fue éxito.
- El límite es la Probabilidad de éxito, *i.e.* la proporción de bolas en la urna.
- Sustenta la estadística.
- Grandes números es decir que n tiende a infinito.
- Es riguroso.
- Modela.

La belleza

- Para Bernoulli, este límite se da en Probabilidades, esto es, registramos éxito o fracaso, (1,0), águila o sol, contamos los éxitos y vemos qué proporción fue éxito.
- El límite es la Probabilidad de éxito, *i.e.* la proporción de bolas en la urna.
- Sustenta la estadística.
- Grandes números es decir que n tiende a infinito.
- Es riguroso.
- Modela.

La belleza

- Para Bernoulli, este límite se da en Probabilidades, esto es, registramos éxito o fracaso, (1,0), águila o sol, contamos los éxitos y vemos qué proporción fue éxito.
- El límite es la Probabilidad de éxito, *i.e.* la proporción de bolas en la urna.
- Sustenta la estadística.
- Grandes números es decir que n tiende a infinito.
- Es riguroso.
- Modela.

La belleza

- Para Bernoulli, este límite se da en Probabilidades, esto es, registramos éxito o fracaso, (1,0), águila o sol, contamos los éxitos y vemos qué proporción fue éxito.
- El límite es la Probabilidad de éxito, *i.e.* la proporción de bolas en la urna.
- Sustenta la estadística.
- Grandes números es decir que n tiende a infinito.
- Es riguroso.
- Modela.

La belleza

- Para Bernoulli, este límite se da en Probabilidades, esto es, registramos éxito o fracaso, (1,0), águila o sol, contamos los éxitos y vemos qué proporción fue éxito.
- El límite es la Probabilidad de éxito, *i.e.* la proporción de bolas en la urna.
- Sustenta la estadística.
- Grandes números es decir que n tiende a infinito.
- Es riguroso.
- Modela.

Problemas inversos

- Si una urna tiene 100 bolas, de las cuales 20 son blancas y 80 negras, saco de una en una y vuelvo a meter. Entonces sé en qué proporción aparecerán las blancas.
- Pero si no sé la proporción en la que están en la urna, de todos modos, si saco el suficiente número de bolas, sabré la proporción en la que están.
- Esta segunda propiedad es la más importante.
- Es el arte de conjeturar, y tengo un teorema.

Problemas inversos

- Si una urna tiene 100 bolas, de las cuales 20 son blancas y 80 negras, saco de una en una y vuelvo a meter. Entonces sé en qué proporción aparecerán las blancas.
- Pero si no sé la proporción en la que están en la urna, de todos modos, si saco el suficiente número de bolas, sabré la proporción en la que están.
- Esta segunda propiedad es la más importante.
- Es el arte de conjeturar, y tengo un teorema.

Problemas inversos

- Si una urna tiene 100 bolas, de las cuales 20 son blancas y 80 negras, saco de una en una y vuelvo a meter. Entonces sé en qué proporción aparecerán las blancas.
- Pero si no sé la proporción en la que están en la urna, de todos modos, si saco el suficiente número de bolas, sabré la proporción en la que están.
- Esta segunda propiedad es la más importante.
- Es el arte de conjeturar, y tengo un teorema.

Problemas inversos

- Si una urna tiene 100 bolas, de las cuales 20 son blancas y 80 negras, saco de una en una y vuelvo a meter. Entonces sé en qué proporción aparecerán las blancas.
- Pero si no sé la proporción en la que están en la urna, de todos modos, si saco el suficiente número de bolas, sabré la proporción en la que están.
- Esta segunda propiedad es la más importante.
- Es el arte de conjeturar, y tengo un teorema.

300 años de probabilidad

- Leyes fuertes, débiles, triangulares.
- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- ¿Qué pasa si me alejo?
- Grandes desviaciones, desviaciones moderadas.

300 años de probabilidad

- Leyes fuertes, débiles, triangulares.
- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- ¿Qué pasa si me alejo?
- Grandes desviaciones, desviaciones moderadas.

300 años de probabilidad

- Leyes fuertes, débiles, triangulares.
- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- ¿Qué pasa si me alejo?
- Grandes desviaciones, desviaciones moderadas.

300 años de probabilidad

- Leyes fuertes, débiles, triangulares.
- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- ¿Qué pasa si me alejo?
- Grandes desviaciones, desviaciones moderadas.

300 años de probabilidad

- Leyes fuertes, débiles, triangulares.
- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- ¿Qué pasa si me alejo?
- Grandes desviaciones, desviaciones moderadas.

Velocidad de convergencia

- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} = 0$$
- Hay que multiplicarlo por algo que se vaya a infinito para que ya no converja a cero.
- Hasta aquí tenemos algo centrado.
- Solución: normalizar. Ya tiene media cero, ahora hacer su varianza uno.
- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.

Velocidad de convergencia

- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} = 0$$
- Hay que multiplicarlo por algo que se vaya a infinito para que ya no converja a cero.
- Hasta aquí tenemos algo centrado.
- Solución: normalizar. Ya tiene media cero, ahora hacer su varianza uno.
- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.

Velocidad de convergencia

- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} = 0$$
- Hay que multiplicarlo por algo que se vaya a infinito para que ya no converja a cero.
- Hasta aquí tenemos algo centrado.
- Solución: normalizar. Ya tiene media cero, ahora hacer su varianza uno.
- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.

Velocidad de convergencia

- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} = 0$$
- Hay que multiplicarlo por algo que se vaya a infinito para que ya no converja a cero.
- Hasta aquí tenemos algo centrado.
- Solución: normalizar. Ya tiene media cero, ahora hacer su varianza uno.
- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.

Velocidad de convergencia

- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} = 0$$
- Hay que multiplicarlo por algo que se vaya a infinito para que ya no converja a cero.
- Hasta aquí tenemos algo centrado.
- Solución: normalizar. Ya tiene media cero, ahora hacer su varianza uno.
- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.

Velocidad de convergencia

- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} = 0$$
- Hay que multiplicarlo por algo que se vaya a infinito para que ya no converja a cero.
- Hasta aquí tenemos algo centrado.
- Solución: normalizar. Ya tiene media cero, ahora hacer su varianza uno.
- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.

Velocidad de convergencia

- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} = 0$$
- Hay que multiplicarlo por algo que se vaya a infinito para que ya no converja a cero.
- Hasta aquí tenemos algo centrado.
- Solución: normalizar. Ya tiene media cero, ahora hacer su varianza uno.
- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.

Velocidad de convergencia

- ¿Qué tan rápido converge?
- Teorema Central del Límite.
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \mu$$
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} = 0$$
- Hay que multiplicarlo por algo que se vaya a infinito para que ya no converja a cero.
- Hasta aquí tenemos algo centrado.
- Solución: normalizar. Ya tiene media cero, ahora hacer su varianza uno.
- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.

- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.
- $$\sqrt{\frac{n}{\sigma^2}}\left(\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n-n\mu}{n}\right)=\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n-n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}$$

Esto es lo que converge en distribución a una variable aleatoria Normal $(0,1)$.

- Dividir entre la desviación estándar: $\sqrt{\frac{VarX_i}{n}}$.
-

$$\sqrt{\frac{n}{\sigma^2}}\left(\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n-n\mu}{n}\right)=\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n-n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}$$

Esto es lo que converge en distribución a una variable aleatoria Normal $(0,1)$.

Desviaciones

- Y si ahora me preocupo por

$$\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} > \alpha, \text{ con } \alpha > 0.$$

- Sabemos que

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} > \alpha\right] = 0$$

- por el teorema de Bernoulli.
- Queremos saber cómo se aleja o desvía.

Desviaciones

- Y si ahora me preocupo por

$$\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} > \alpha, \text{ con } \alpha > 0.$$

- Sabemos que

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} > \alpha\right] = 0$$

- por el teorema de Bernoulli.
- Queremos saber cómo se aleja o desvía.

Desviaciones

- Y si ahora me preocupo por

$$\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} > \alpha, \text{ con } \alpha > 0.$$

- Sabemos que

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} > \alpha\right] = 0$$

- por el teorema de Bernoulli.
- Queremos saber cómo se aleja o desvía.

Desviaciones

- Y si ahora me preocupo por

$$\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} > \alpha, \text{ con } \alpha > 0.$$

- Sabemos que

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n - n\mu}{n} > \alpha\right] = 0$$

- por el teorema de Bernoulli.
- Queremos saber cómo se aleja o desvía.

Desviaciones

Tomemos variables centradas

- Si para algún k,

$$X_{jk+1} + \ldots + X_{(j+1)k} \geq \alpha k,$$

- para toda $j = 0, 1, 2, \ldots, (\frac{n}{k}) - 1$, por independencia
- $\mathbb{P}\left[\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n-n\mu}{n} > \alpha\right] \geq$
  $\{\mathbb{P}\left[X_1 + X_2 + \cdots + X_k - k\mu > \alpha k\right]\}^{n/k}$
- lo que sugiere convergencia exponencial.

Desviaciones

Tomemos variables centradas

- Si para algún k,
$$X_{jk+1} + \ldots + X_{(j+1)k} \geq \alpha k,$$
- para toda $j = 0, 1, 2, \ldots, (\frac{n}{k}) - 1$, por independencia
- $\mathbb{P}\left[\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n-n\mu}{n} > \alpha\right] \geq$
$\{\mathbb{P}\left[X_1 + X_2 + \cdots + X_k - k\mu > \alpha k\right]\}^{n/k}$
- lo que sugiere convergencia exponencial.

Desviaciones

Tomemos variables centradas

- Si para algún k,

$$X_{jk+1} + \ldots + X_{(j+1)k} \geq \alpha k,$$

- para toda $j = 0, 1, 2, \ldots, (\frac{n}{k}) - 1$, por independencia
- $\mathbb{P}\left[\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n-n\mu}{n} > \alpha\right] \geq$
  $\{\mathbb{P}\left[X_1 + X_2 + \cdots + X_k - k\mu > \alpha k\right]\}^{n/k}$
- lo que sugiere convergencia exponencial.

Desviaciones

Tomemos variables centradas

- Si para algún k,

$$X_{jk+1} + \ldots + X_{(j+1)k} \geq \alpha k,$$

- para toda $j = 0, 1, 2, \ldots, (\frac{n}{k}) - 1$, por independencia
- $\mathbb{P}\left[\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n-n\mu}{n} > \alpha\right] \geq$
  $\{\mathbb{P}\left[X_1 + X_2 + \cdots + X_k - k\mu > \alpha k\right]\}^{n/k}$
- lo que sugiere convergencia exponencial.

- $\mathbb{P}\left[X_1 + X_2 + \cdots + X_n > n\alpha\right] = \mathbb{P}\left[e^{\theta(X_1+X_2+\cdots+X_n)} > e^{\theta n\alpha}\right]$
- $\leq e^{-\theta n\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta(X_1+X_2+\cdots+X_n)}]$
- $= e^{-\theta n\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta X_1}]^n$
- $= \left(e^{\theta\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta X_1}]\right)^n.$

- $\mathbb{P}\left[X_1 + X_2 + \cdots + X_n > n\alpha\right] = \mathbb{P}\left[e^{\theta(X_1+X_2+\cdots+X_n)} > e^{\theta n\alpha}\right]$
- $\leq e^{-\theta n\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta(X_1+X_2+\cdots+X_n)}]$
- $= e^{-\theta n\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta X_1}]^n$
- $= \left(e^{\theta\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta X_1}]\right)^n.$

- $\mathbb{P}\left[X_1 + X_2 + \cdots + X_n > n\alpha\right] = \mathbb{P}\left[e^{\theta(X_1+X_2+\cdots+X_n)} > e^{\theta n\alpha}\right]$
- $\leq e^{-\theta n\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta(X_1+X_2+\cdots+X_n)}]$
- $= e^{-\theta n\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta X_1}]^n$
- $= \left(e^{\theta\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta X_1}]\right)^n.$

- $\mathbb{P}\left[X_1 + X_2 + \cdots + X_n > n\alpha\right] = \mathbb{P}\left[e^{\theta(X_1+X_2+\cdots+X_n)} > e^{\theta n\alpha}\right]$
- $\leq e^{-\theta n\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta(X_1+X_2+\cdots+X_n)}]$
- $= e^{-\theta n\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta X_1}]^n$
- $= \left(e^{\theta\alpha}\mathbb{E}[e^{\theta X_1}]\right)^n.$

El proceso de Riesgo clásico

- Esscher (1932) estudia la Probabilidad de que una compañía de seguros se arruine por los pagos de las reclamaciones

$$\sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

- La Probabilidad de ruina es entonces

$$\mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{N_t} X_i > u(t) \quad \text{para algún } t \geq 0\right)$$

- Proceso de Riesgo clásico

$$m + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

El proceso de Riesgo clásico

- Esscher (1932) estudia la Probabilidad de que una compañía de seguros se arruine por los pagos de las reclamaciones

$$\sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

- La Probabilidad de ruina es entonces

$$\mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{N_t} X_i > u(t) \ \text{ para algún } t \geq 0\right)$$

- Proceso de Riesgo clásico

$$m + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

El proceso de Riesgo clásico

- Esscher (1932) estudia la Probabilidad de que una compañía de seguros se arruine por los pagos de las reclamaciones

$$\sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

- La Probabilidad de ruina es entonces

$$\mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{N_t} X_i > u(t) \ \text{ para algún } t \geq 0\right)$$

- Proceso de Riesgo clásico

$$m + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

- Proceso de Riesgo clásico

$$m + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

- Lundberg, Cramér.
- La esperanza del proceso de riesgo $m + ct - \lambda t\mu = m + t(c - \lambda\mu)$.
- Bernoulli nos dice que el proceso se acercará a su esperanza.
- Para evitar la ruina segura, la pendiente de esa recta debe ser positiva: Carga de seguridad.

- Proceso de Riesgo clásico

$$m + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

- Lundberg, Cramér.
- La esperanza del proceso de riesgo $m + ct - \lambda t\mu = m + t(c - \lambda\mu)$.
- Bernoulli nos dice que el proceso se acercará a su esperanza.
- Para evitar la ruina segura, la pendiente de esa recta debe ser positiva: Carga de seguridad.

- Proceso de Riesgo clásico

$$m + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

- Lundberg, Cramér.
- La esperanza del proceso de riesgo $m + ct - \lambda t\mu = m + t(c - \lambda\mu)$.
- Bernoulli nos dice que el proceso se acercará a su esperanza.
- Para evitar la ruina segura, la pendiente de esa recta debe ser positiva: Carga de seguridad.

- Proceso de Riesgo clásico

$$m + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

- Lundberg, Cramér.
- La esperanza del proceso de riesgo $m + ct - \lambda t\mu = m + t(c - \lambda\mu)$.
- Bernoulli nos dice que el proceso se acercará a su esperanza.
- Para evitar la ruina segura, la pendiente de esa recta debe ser positiva: Carga de seguridad.

- Proceso de Riesgo clásico

$$m + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

- Lundberg, Cramér.
- La esperanza del proceso de riesgo $m + ct - \lambda t \mu = m + t(c - \lambda\mu)$.
- Bernoulli nos dice que el proceso se acercará a su esperanza.
- Para evitar la ruina segura, la pendiente de esa recta debe ser positiva: Carga de seguridad.