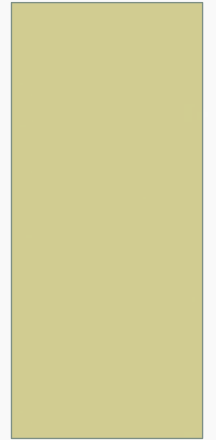


CARLOS PRIETO MATEMÁTICAS

CÓMO ENSEÑARLAS



CONCEPTUALIZACIÓN VS. MECANIZACIÓN

- Hacer muchos ejercicios propicia la mecanización.

CONCEPTUALIZACIÓN VS. MECANIZACIÓN

- Hacer muchos ejercicios propicia la mecanización.
- ¿Es mala la mecanización?

CONCEPTUALIZACIÓN VS. MECANIZACIÓN

- Hacer muchos ejercicios propicia la mecanización.
- ¿Es mala la mecanización?
- No lo es, pues en la vida práctica, los alumnos pueden calcular fácilmente.

CONCEPTUALIZACIÓN VS. MECANIZACIÓN

- Hacer muchos ejercicios propicia la mecanización.
- ¿Es mala la mecanización?
- No lo es, pues en la vida práctica, los alumnos pueden calcular fácilmente.
- Si los ejercicios están bien estructurados y concatenados, éstos llevan a comprender el concepto que subyace a cada mecanización.

EJEMPLO

- PARA LOS SIGUIENTES NÚMEROS, TOMA LA SUMA ALTERNADA DE SUS CIFRAS, LUEGO VERIFICA LA DIVISIBILIDAD DE ÉSTA ENTRE ONCE. COMPÁRALA CON LA DIVISIBILIDAD DE CADA NÚMERO DADO ENTRE ONCE. ¿QUÉ CONCLUYES?

1. 121

2. 704

3. 857

4. 3468

5. 7909

6. 9421

7. 71918

8. 82917

EJEMPLO

- PARA LOS SIGUIENTES NÚMEROS, TOMA LA SUMA ALTERNADA DE SUS CIFRAS, LUEGO VERIFICA LA DIVISIBILIDAD DE ÉSTA ENTRE ONCE. COMPÁRALA CON LA DIVISIBILIDAD DE CADA NÚMERO DADO ENTRE ONCE. ¿QUÉ CONCLUYES?

1. $121 = 11 \times 11$

5. $7909 = 11 \times 719$

2. $704 = 11 \times 64$

6. $9421 = 11 \times 856 + 5$

3. $857 = 11 \times 77 + 10$

7. $71918 = 11 \times 6538$

4. $3468 = 11 \times 315 + 3$

8. $82917 = 11 \times 7537 + 10$

EJEMPLO

- PARA LOS SIGUIENTES NÚMEROS, TOMA LA SUMA ALTERNADA DE SUS CIFRAS, LUEGO VERIFICA LA DIVISIBILIDAD DE ÉSTA ENTRE ONCE. COMPÁRALA CON LA DIVISIBILIDAD DE CADA NÚMERO DADO ENTRE ONCE. ¿QUÉ CONCLUYES?

$$1. \quad 121 \quad \rightarrow \quad 0$$

$$2. \quad 704 \quad \rightarrow \quad 11$$

$$3. \quad 857 \quad \rightarrow \quad 10$$

$$4. \quad 3468 \quad \rightarrow \quad 3$$

$$5. \quad 7909 \quad \rightarrow \quad 11$$

$$6. \quad 9421 \quad \rightarrow \quad 6$$

$$7. \quad 71918 \quad \rightarrow \quad 22$$

$$8. \quad 82917 \quad \rightarrow \quad 21$$

DEMOSTRACIÓN

- Observar:

$$1 - 1 = 0$$

$$10 + 1 = 11$$

$$100 - 1 = 99$$

$$1000 + 1 = 1001 = 990 + 11$$

$$10000 - 1 = 9999 = 9900 + 99$$

$$100000 + 1 = 100001 = 99990 + 11$$

Etcétera

DEMOSTRACIÓN

$$9675824 = 9 \times 1000000 + 6 \times 100000 + 7 \times 10000 + 5 \times 1000 + 8 \times 100 + 2 \times 10 + 4 \times 1 =$$

$$9 \times 999999 + 6 \times 100001 + 7 \times 9999 + 5 \times 1001 + 8 \times 99 + 2 \times 11 + 9 - 6 + 7 - 5 + 8 - 2 + 4 =$$

$$(\text{Múltiplo de } 11) + 9 - 6 + 7 - 5 + 8 - 2 + 4$$

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)
- Vectores con coordenadas (2d y 3d)

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)
- Vectores con coordenadas (2d y 3d)
- Ecuación paramétrica de una recta (en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3)

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)
- Vectores con coordenadas (2d y 3d)
- Ecuación paramétrica de una recta (en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3)
- Planos:

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)
- Vectores con coordenadas (2d y 3d)
- Ecuación paramétrica de una recta (en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3)
- Planos: ecuación paramétrica

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)
- Vectores con coordenadas (2d y 3d)
- Ecuación paramétrica de una recta (en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3)
- Planos: ecuación paramétrica, ecuación coordenada

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)
- Vectores con coordenadas (2d y 3d)
- Ecuación paramétrica de una recta (en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3)
- Planos: ecuación paramétrica, ecuación coordenada
- Posición relativa de rectas

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)
- Vectores con coordenadas (2d y 3d)
- Ecuación paramétrica de una recta (en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3)
- Planos: ecuación paramétrica, ecuación coordenada
- Posición relativa de rectas
- Posición relativa de planos

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)
- Vectores con coordenadas (2d y 3d)
- Ecuación paramétrica de una recta (en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3)
- Planos: ecuación paramétrica, ecuación coordenada
- Posición relativa de rectas
- Posición relativa de planos
- Posición relativa de rectas y planos

GEOMETRÍA ANALÍTICA: 2D VS 3D

- Vectores (en abstracto)
- Vectores con coordenadas (2d y 3d)
- Ecuación paramétrica de una recta (en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3)
- Planos: ecuación paramétrica, ecuación coordenada
- Posición relativa de rectas
- Posición relativa de planos
- Posición relativa de rectas y planos
- ALGEBRA LINEAL

ANÁLISIS

Análisis de funciones:

ANÁLISIS

Análisis de funciones:
simetrías

ANÁLISIS

Análisis de funciones:

simetrías

puntos singulares

ANÁLISIS

Análisis de funciones:

simetrías

puntos singulares

comportamiento en $\pm\infty$ (asíntotas)

ANÁLISIS

Análisis de funciones:

simetrías

puntos singulares

comportamiento en $\pm\infty$ (asíntotas)

máximos y mínimos

ANÁLISIS

Análisis de funciones:

simetrías

puntos singulares

comportamiento en $\pm\infty$ (asíntotas)

máximos y mínimos

puntos de inflexión

ANÁLISIS

Análisis de funciones:

simetrías

puntos singulares

comportamiento en $\pm\infty$ (asíntotas)

máximos y mínimos

puntos de inflexión

DIBUJAR LA GRÁFICA

NÚMERO MÁGICO

El número de Euler

- Considérese la función $f(x) = a^x$

NÚMERO MÁGICO

El número de Euler

- Considérese la función $f(x) = a^x$
- Se busca un valor e de a para el que

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} - a^x}{h} = a^x \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h}$$

NÚMERO MÁGICO

El número de Euler

- Considérese la función $f(x) = a^x$
- Se busca un valor e de a para el que

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} - a^x}{h} = a^x \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} = 1$$

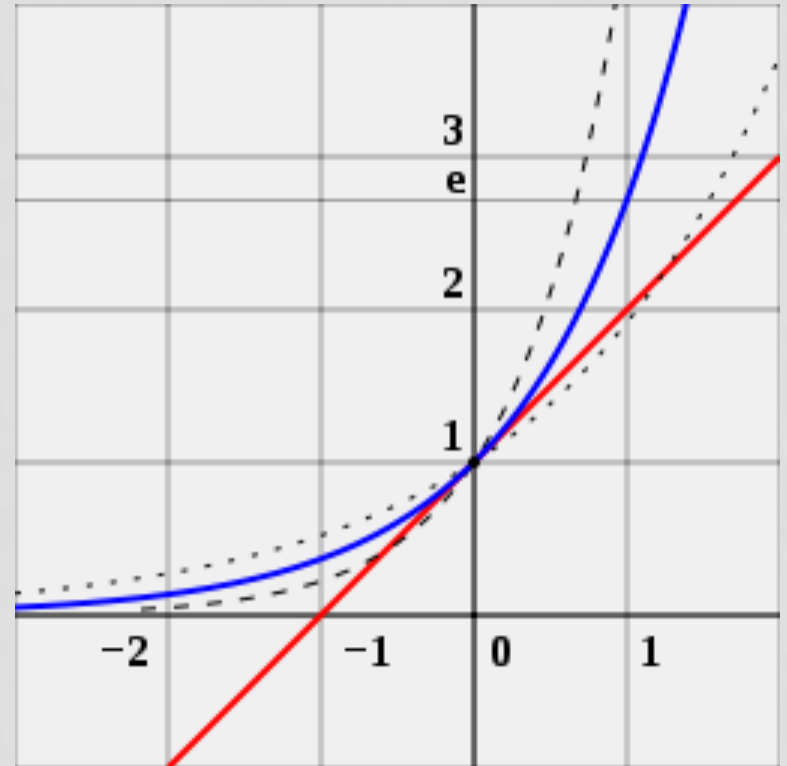
NÚMERO MÁGICO

- **¿Cuánto vale e?**
- Para cada a , la curva correspondiente corta a la recta en $(0,1)$ y en (x,y)

$$a^x = x + 1$$

tales que

$$a = (1 + x)^{\frac{1}{x}}$$



Es claro que si $a = 2$, entonces se cortan en $(1,2)$; para $a = 3$, se puede ver que se cortan en (x,y) con $x < 0$, por lo que $2 < e < 3$.

NÚMERO MÁGICO

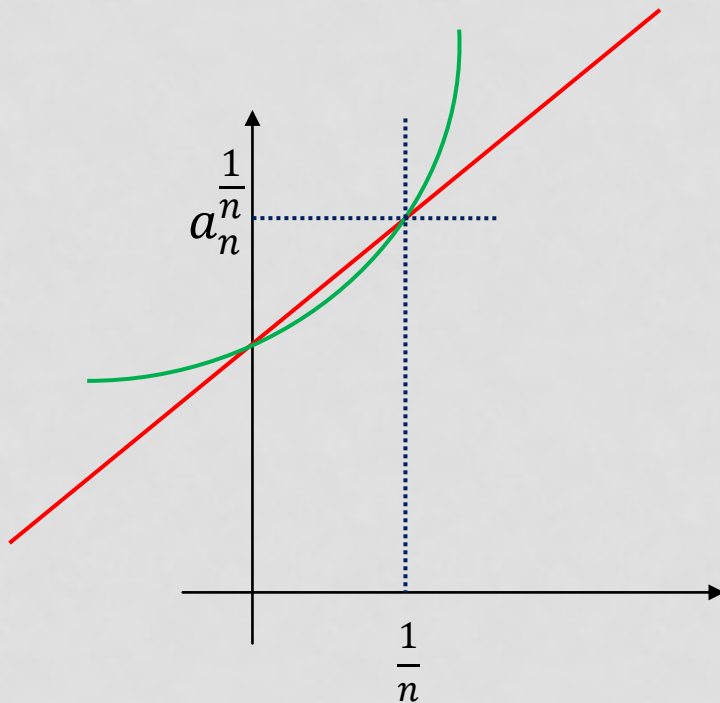
- **¿Cuánto vale e?**
- Ya que nos interesa que la recta sea tangente a la curva, podemos tomar $x = 1/n$, y buscar el punto de intersección $(1/n, y_n)$, donde

$$y_n = a_n^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} + 1$$

por lo que el número

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

debe de aproximar a e.



NÚMERO MÁGICO

- **¿Cuánto vale e?**
- La sucesión $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ es monótona creciente y la sucesión $b_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{-n}$ es monótona decreciente

su diferencia tiende a cero.

- Por tanto, convergen al mismo valor

Ése es el número e buscado

n	a_n	b_n
10^1	2.59374246010000	2.86797199079244
10^2	2.70481382942153	2.73199902642903
10^3	2.71692393223589	2.71964221644850
10^4	2.71814592682522	2.71841775501044
10^5	2.71826823717449	2.71829541999278
10^6	2.71828046931938	2.71828318760121
10^7	2.71828169398037	2.71828196437315
10^8	2.71828181486764	2.71828184205045
10^9	2.71828182709990	2.71828182981819
10^{10}	2.71828182832313	2.71828182859496
10^{11}	2.71828182844545	2.71828182847264
10^{12}	2.71828182845769	2.71828182846040

$e = 2.7182818284590452353602874713527...$