Dominación en digráficas

Mucuy-kak Guevara

Origen del problema: Las reinas dominantes. (1850s)

Origen del problema: Las reinas dominantes. (1850s)

Entusiastas del ajedrez y ajedrecistas consideraron el problema de determinar el mínimo número de reinas que pueden ser colocadas en un tablero de ajedrez de manera que todas las casillas son atacadas por una reina u ocupadas por una.

Origen del problema: Las reinas dominantes. (1850s)

Entusiastas del ajedrez y ajedrecistas consideraron el problema de determinar el mínimo número de reinas que pueden ser colocadas en un tablero de ajedrez de manera que todas las casillas son atacadas por una reina u ocupadas por una.

El **problema de las cinco reinas** es encontrar un conjunto dominante de 5 reinas.

Origen del problema: Las reinas dominantes. (1850s)

Entusiastas del ajedrez y ajedrecistas consideraron el problema de determinar el mínimo número de reinas que pueden ser colocadas en un tablero de ajedrez de manera que todas las casillas son atacadas por una reina u ocupadas por una.

El **problema de las cinco reinas** es encontrar un conjunto dominante de 5 reinas.

¿El máximo número de reinas que se pueden colocar en un tablero de ajedrez tal que no se ataquen entre ellas?

Origen del problema: Las reinas dominantes. (1850s)

Entusiastas del ajedrez y ajedrecistas consideraron el problema de determinar el mínimo número de reinas que pueden ser colocadas en un tablero de ajedrez de manera que todas las casillas son atacadas por una reina u ocupadas por una.

El **problema de las cinco reinas** es encontrar un conjunto dominante de 5 reinas.

¿El máximo número de reinas que se pueden colocar en un tablero de ajedrez tal que no se ataquen entre ellas? 8.

Origen del problema: Las reinas dominantes. (1850s)

Entusiastas del ajedrez y ajedrecistas consideraron el problema de determinar el mínimo número de reinas que pueden ser colocadas en un tablero de ajedrez de manera que todas las casillas son atacadas por una reina u ocupadas por una.

El **problema de las cinco reinas** es encontrar un conjunto dominante de 5 reinas.

¿El máximo número de reinas que se pueden colocar en un tablero de ajedrez tal que no se ataquen entre ellas? 8. ($n \times n$ es n)

Generalizaciones de Dominación

- Total
- Segura
- Total segura
- Convexa
- Romana
- Equitativa
- ...

Definición [J. Von Neumann, 44]

Sea D una digráfica y $N \subseteq V(D)$, N es un **núcleo** de D si:

- N es independiente y
- N es absorbente.

Definición [J. Von Neumann, 44]

Sea D una digráfica y $N \subseteq V(D)$, N es un **núcleo** de D si:

- N es independiente y
- N es absorbente.

Definición [J. Von Neumann, 44]

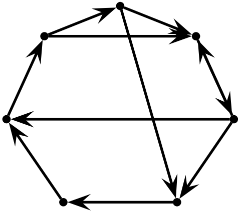
Sea D una digráfica y $N \subseteq V(D)$, N es un **núcleo** de D si:

- N es independiente y
- N es absorbente.

Definición [J. Von Neumann, 44]

Sea D una digráfica y $N \subseteq V(D)$, N es un **núcleo** de D si:

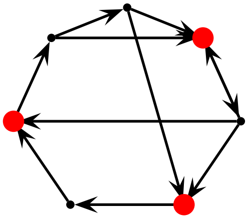
- N es independiente y
- N es absorbente.



Definición [J. Von Neumann, 44]

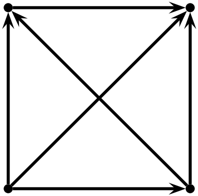
Sea D una digráfica y $N \subseteq V(D)$, N es un **núcleo** de D si:

- N es independiente y
- N es absorbente.



Definición [Berge]

Una digráfica es **Núcleo perfecta** si toda subdigráfica inducida tiene núcleo.



Condiciones suficientes (clásicas) para ser núcleo perfecta

Condiciones suficientes (clásicas) para ser núcleo perfecta

(i) Simétricas (Berge, 77).

Condiciones suficientes (clásicas) para ser núcleo perfecta

(i) Simétricas (Berge, 77).

(ii) Transitivas y todos los núcleos tienen la misma cardinalidad (König, 50).

Condiciones suficientes (clásicas) para ser núcleo perfecta

(i) Simétricas (Berge, 77).

(ii) Transitivas y todos los núcleos tienen la misma cardinalidad (König, 50).

(iii) Acíclica y su núcleo es único (von Neumann, 44).

Condiciones suficientes (clásicas) para ser núcleo perfecta

(i) Simétricas (Berge, 77).
(ii) Transitivas y todos los núcleos tienen la misma cardinalidad (König, 50).
(iii) Acíclica y su núcleo es único (von Neumann, 44).
(iv) Sin ciclos impares (Richardson, 53).

Condiciones suficientes (clásicas) para ser núcleo perfecta

(i) Simétricas (Berge, 77).

(ii) Transitivas y todos los núcleos tienen la misma cardinalidad (König, 50).

(iii) Acíclica y su núcleo es único (von Neumann, 44).

(iv) Sin ciclos impares (Richardson, 53).

(v) Si todo ciclo en D tiene al menos una flecha simétrica (Duchet, 80).

Condiciones suficientes (clásicas) para ser núcleo perfecta

(i) Simétricas (Berge, 77).
(ii) Transitivas y todos los núcleos tienen la misma cardinalidad (König, 50).
(iii) Acíclica y su núcleo es único (von Neumann, 44).
(iv) Sin ciclos impares (Richardson, 53).
(v) Si todo ciclo en D tiene al menos una flecha simétrica (Duchet, 80).
(vi) Si todo ciclo impar en D tiene al menos 2 flechas simétricas (Duchet, 80).

Condiciones suficientes (clásicas) para ser núcleo perfecta

(i) Simétricas (Berge, 77).

(ii) Transitivas y todos los núcleos tienen la misma cardinalidad (König, 50).

(iii) Acíclica y su núcleo es único (von Neumann, 44).

(iv) Sin ciclos impares (Richardson, 53).

(v) Si todo ciclo en D tiene al menos una flecha simétrica (Duchet, 80).

(vi) Si todo ciclo impar en D tiene al menos 2 flechas simétricas (Duchet, 80).

(vii) Si todo ciclo impar en D tiene 2 cuerdas con cabezas consecutivas (Galeana-Sánchez y Neumann-Lara, 84).

Condiciones suficientes (clásicas) para ser núcleo perfecta

(i) Simétricas (Berge, 77).
(ii) Transitivas y todos los núcleos tienen la misma cardinalidad (König, 50).
(iii) Acíclica y su núcleo es único (von Neumann, 44).
(iv) Sin ciclos impares (Richardson, 53).
(v) Si todo ciclo en D tiene al menos una flecha simétrica (Duchet, 80).
(vi) Si todo ciclo impar en D tiene al menos 2 flechas simétricas (Duchet, 80).
(vii) Si todo ciclo impar en D tiene 2 cuerdas con cabezas consecutivas (Galeana-Sánchez y Neumann-Lara, 84).
(viii) Si $V(D)$=(U_1, U_2) tal que las $U_1 U_2$-flechas son simétricas y las digráficas inducidas por U_1 y U_2 son núcleo perfectas (Galeana-Sánchez y Neumann-Lara, 86).

Definición

Un **seminúcleo** de una digráfica D es un conjunto S que cumple:

- S es independiente y
- si existe una (S,x)-flecha, entonces x es absorbido por S.

Definición

Un **seminúcleo** de una digráfica D es un conjunto S que cumple:

- S es independiente y
- si existe una (S,x)-flecha, entonces x es absorbido por S.

Definición

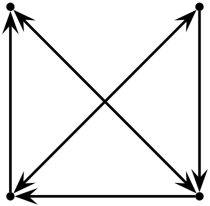
Un **seminúcleo** de una digráfica D es un conjunto S que cumple:

- S es independiente y
- si existe una (S,x)-flecha, entonces x es absorbido por S.

Definición

Un **seminúcleo** de una digráfica D es un conjunto S que cumple:

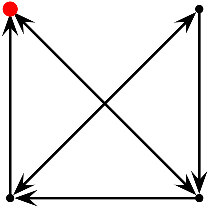
- S es independiente y
- si existe una (S,x)-flecha, entonces x es absorbido por S.



Definición

Un **seminúcleo** de una digráfica D es un conjunto S que cumple:

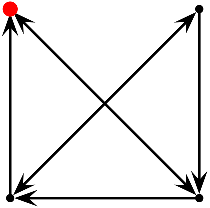
- S es independiente y
- si existe una (S,x)-flecha, entonces x es absorbido por S.



Definición

Un **seminúcleo** de una digráfica D es un conjunto S que cumple:

- S es independiente y
- si existe una (S, x)-flecha, entonces x es absorbido por S.



Theorem (Neumann-Lara, 71)

Una digráfica es núcleo perfecta si y sólo si todas sus subdigráficas inducidas tienen seminúcleo.

Definición

Un **seminúcleo módulo** F de una digráfica D, con $F \subset AD$, es un conjunto S que cumple:

- S es independiente y
- si existe una (S, x)-flecha en $AD \setminus F$, entonces x es absorbido por S.

Definición

Un **seminúcleo módulo** F de una digráfica D, con $F \subset AD$, es un conjunto S que cumple:

- S es independiente y
- si existe una (S, x)-flecha en $AD \setminus F$, entonces x es absorbido por S.

Definición

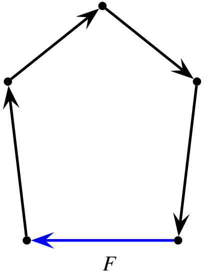
Un **seminúcleo módulo** F de una digráfica D, con $F \subset AD$, es un conjunto S que cumple:

- S es independiente y
- si existe una (S, x)-flecha en $AD \setminus F$, entonces x es absorbido por S.

Definición

Un **seminúcleo módulo** F de una digráfica D, con $F \subset AD$, es un conjunto S que cumple:

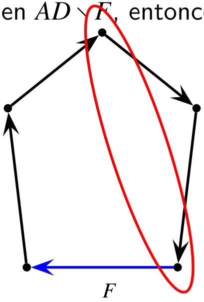
- S es independiente y
- si existe una (S,x)-flecha en $AD \setminus F$, entonces x es absorbido por S.



Definición

Un **seminúcleo módulo** F de una digráfica D, con $F \subset AD$, es un conjunto S que cumple:

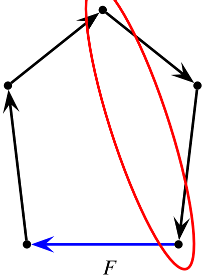
- S es independiente y
- si existe una (S,x)-flecha en $AD \setminus F$, entonces x es absorbido por S.



Definición

Un **seminúcleo módulo** F de una digráfica D, con $F \subset AD$, es un conjunto S que cumple:

- S es independiente y
- si existe una (S,x)-flecha en $AD \setminus F$, entonces x es absorbido por S.



Theorem (Galeana-Sánchez, 00, Galeana-Sánchez y G., 09)

Una digráfica es núcleo perfecta si y sólo si todas sus subdigráficas inducidas tienen seminúcleo y es libre de una familia de subdigráficas inducidas.

Definición

Un **(k,l)-núcleo** de una digráfica D, es un conjunto S de vértices que cumple:

- S es k-independiente y
- S es l-absorbente.

Definición

Un **(k,l)-núcleo** de una digráfica D, es un conjunto S de vértices que cumple:

- S es k-independiente y
- S es l-absorbente.

Definición

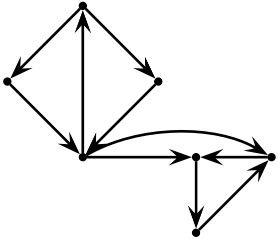
Un **(k,l)-núcleo** de una digráfica D, es un conjunto S de vértices que cumple:

- S es k-independiente y
- S es l-absorbente.

Definición

Un **(k,l)-núcleo** de una digráfica D, es un conjunto S de vértices que cumple:

- S es k-independiente y
- S es l-absorbente.

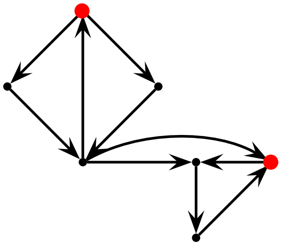


$(3,2)$-núcleo

Definición

Un **(k,l)-núcleo** de una digráfica D, es un conjunto S de vértices que cumple:

- S es k-independiente y
- S es l-absorbente.



$(3,2)$-núcleo

Theorem

Sea D una digráfica con $\delta^-(G) \geq 1$:

- *D tiene k,l-núcleo si y sólo si $L(D)$ tiene (k,l)-núcleo. [Lu Qin et al, 2006]*
- *D tiene cuello al menos $l+1$, entonces D tiene (k,l)-núcleo si y sólo si $PL(D)$ tiene (k,l)-núcleo. [Balbuena, G. 2010]*

Definición

Sea D una digráfica m-coloreada en aristas. Un **núcleo por trayectorias monocromáticas** de D, es un conjunto S de vértices que cumple:

- S es independiente por trayectorias monocromáticas y
- S es absorbente por trayectorias monocromáticas.

Definición

Sea D una digráfica m-coloreada en aristas. Un **núcleo por trayectorias monocromáticas** de D, es un conjunto S de vértices que cumple:

- S es independiente por trayectorias monocromáticas y
- S es absorbente por trayectorias monocromáticas.

Definición

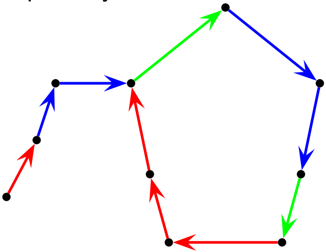
Sea D una digráfica m-coloreada en aristas. Un **núcleo por trayectorias monocromáticas** de D, es un conjunto S de vértices que cumple:

- S es independiente por trayectorias monocromáticas y
- S es absorbente por trayectorias monocromáticas.

Definición

Sea D una digráfica m-coloreada en aristas. Un **núcleo por trayectorias monocromáticas** de D, es un conjunto S de vértices que cumple:

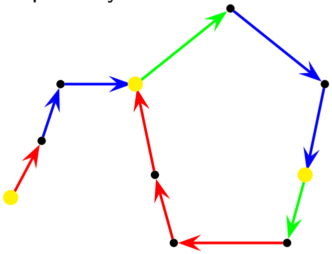
- S es independiente por trayectorias monocromáticas y
- S es absorbente por trayectorias monocromáticas.



Definición

Sea D una digráfica m-coloreada en aristas. Un **núcleo por trayectorias monocromáticas** de D, es un conjunto S de vértices que cumple:

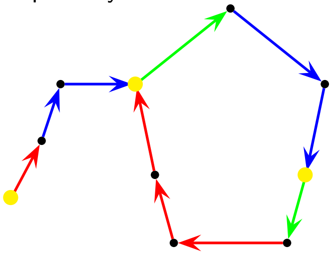
- S es independiente por trayectorias monocromáticas y
- S es absorbente por trayectorias monocromáticas.



Definición

Sea D una digráfica m-coloreada en aristas. Un **núcleo por trayectorias monocromáticas** de D, es un conjunto S de vértices que cumple:

- S es independiente por trayectorias monocromáticas y
- S es absorbente por trayectorias monocromáticas.



Theorem

Sea D una digráfica 2-coloreada, entonces tiene núcleo por trayectorias monocromáticas.

Gracias